

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MECHANIKA	PRVNÍ	ŠČERBOVÁ M. PAVELKA V.	10. ČERVNA 2012
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
ROVINNÁ SOUSTAVA SIL NEMAJÍCÍ SPOLEČNÉ PŮSOBIŠTĚ			

ROVINNÁ SOUSTAVA SIL NEMAJÍCÍ SPOLEČNÉ PŮSOBIŠTĚ

SOUSTAVA ROVNOBĚŽNÝCH SIL

V soustavě rovnoběžných sil se na rozdíl od předchozích silových soustav může vyskytnout silová dvojice.

A) POČETNÍ ŘEŠENÍ VÝSLEDNICE SIL

ÚLOHA 1

Určete výslednici sil: F_1 [-30; 0; 90°; 50 N];
 F_2 [0; 0; 90°; 40 N];
 F_3 [30; 0; 270°; 30 N].

ŘEŠENÍ:

- 1) Zobrazíme síly v pravouhlém souřadnicovém systému **x - 0 - y** (bez měřítka).
- 2) Velikost výslednice určíme jejich algebraickým součtem:

$$F_v = \sum_{i=1}^n F_i$$

Výslednice bude se silami rovnoběžná.

- 3) Polohu výslednice určíme pomocí momentové věty, podle které moment výslednice, např. k počátku souřadnicového systému, musí být stejný jako algebraický součet momentů jednotlivých sil.

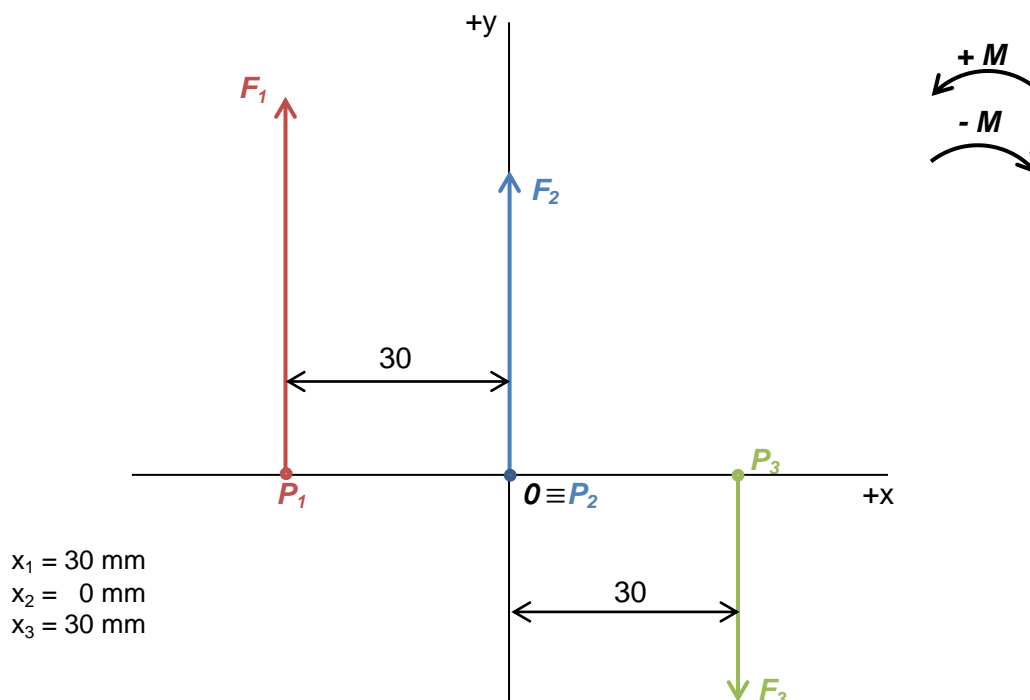
Pro n sil rovnoběžných s osou **y** platí:

$$F_v \cdot x_v = \sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i$$

Pro n sil rovnoběžných s osou **x** platí:

$$F_v \cdot y_v = \sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



$$F_v = F_1 + F_2 - F_3 = 50 + 40 - 30 = \underline{60 \text{ N}}$$

$$\begin{aligned}
 F_v \cdot x_v &= -F_1 \cdot x_1 - F_3 \cdot x_3 \\
 F_v \cdot x_v &= -50 \cdot 30 - 30 \cdot 30 \\
 F_v \cdot x_v &= -2400 \\
 -60 \cdot x_v &= -2400 \\
 x_v &= \frac{-2400}{-60} = \underline{40 \text{ mm}}
 \end{aligned}$$

rozměrová rovnice

$$\left[\text{mm} = \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{N}} = \text{mm} \right]$$

Velikost výslednice má kladnou hodnotu a podle momentové věty má moment výslednice k počátku souřadnicového systému zápornou hodnotu. Proto vektorová přímka výslednice bude ležet vlevo od počátku souřadnicového systému ve vzdálenosti 40 mm.

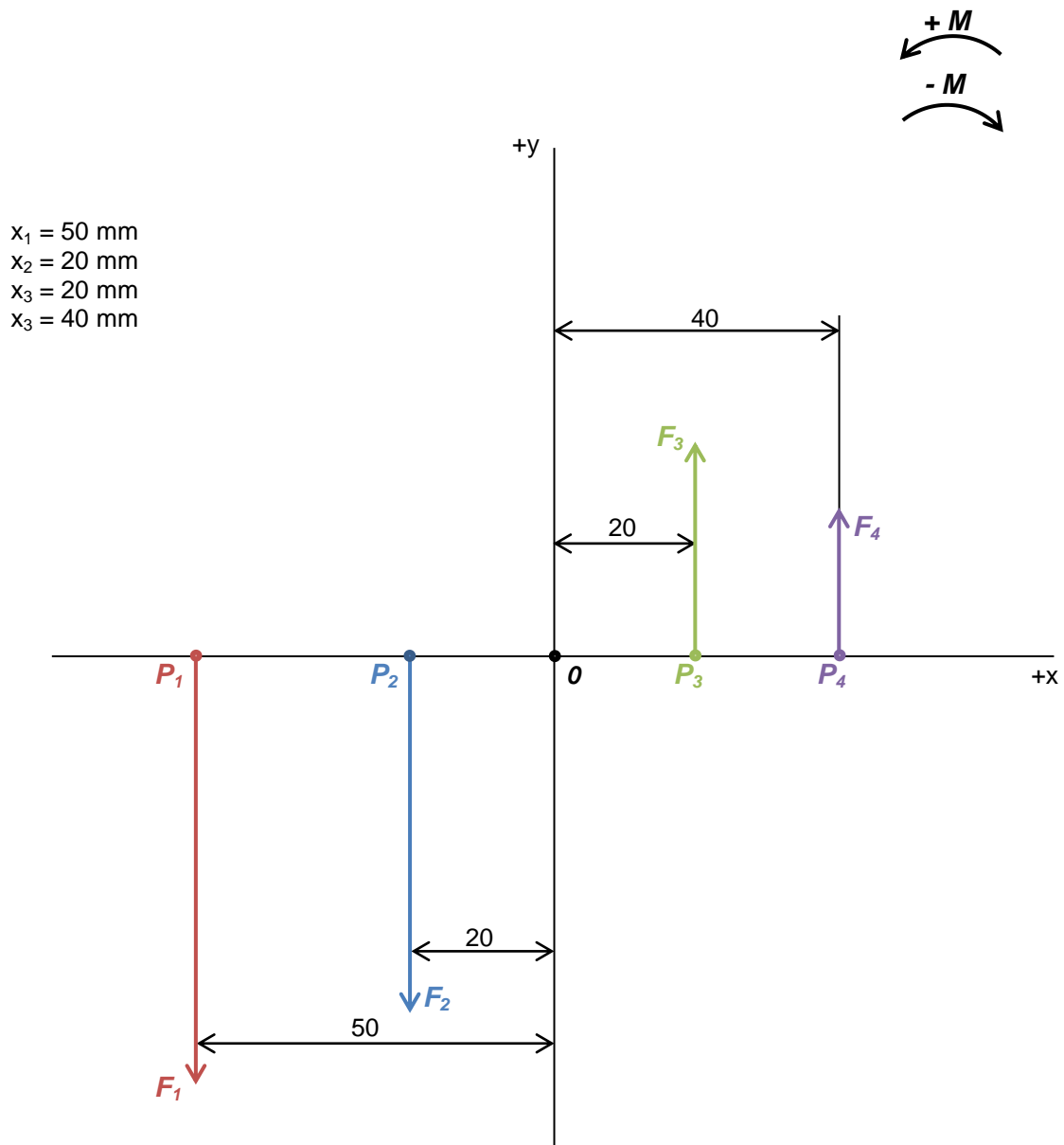
$$\underline{F_v [-40; 0; 90^\circ; 60 \text{ N}]}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚLOHA 2

Určete výslednici sil: $F_1 [-50; 0; 270^\circ; 60 \text{ N}]$;
 $F_2 [-20; 0; 270^\circ; 50 \text{ N}]$;
 $F_3 [20; 0; 90^\circ; 30 \text{ N}]$;
 $F_4 [40; 0; 90^\circ; 20 \text{ N}]$.

ŘEŠENÍ:



$$F_v = -F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = -60 - 50 + 30 + 20 = \underline{-60\text{N}}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_v \cdot x_v = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 + F_4 \cdot x_4$$

$$F_v \cdot x_v = F_1 \cdot 50 + F_2 \cdot 20 + F_3 \cdot 20 + F_4 \cdot 40$$

$$F_v \cdot x_v = 60 \cdot 50 + 50 \cdot 20 + 30 \cdot 20 + 20 \cdot 40$$

$$F_v \cdot x_v = 5400$$

$$60 \cdot x_v = 5400$$

$$x_v = \frac{5400}{60} = \underline{90 \text{ mm}}$$

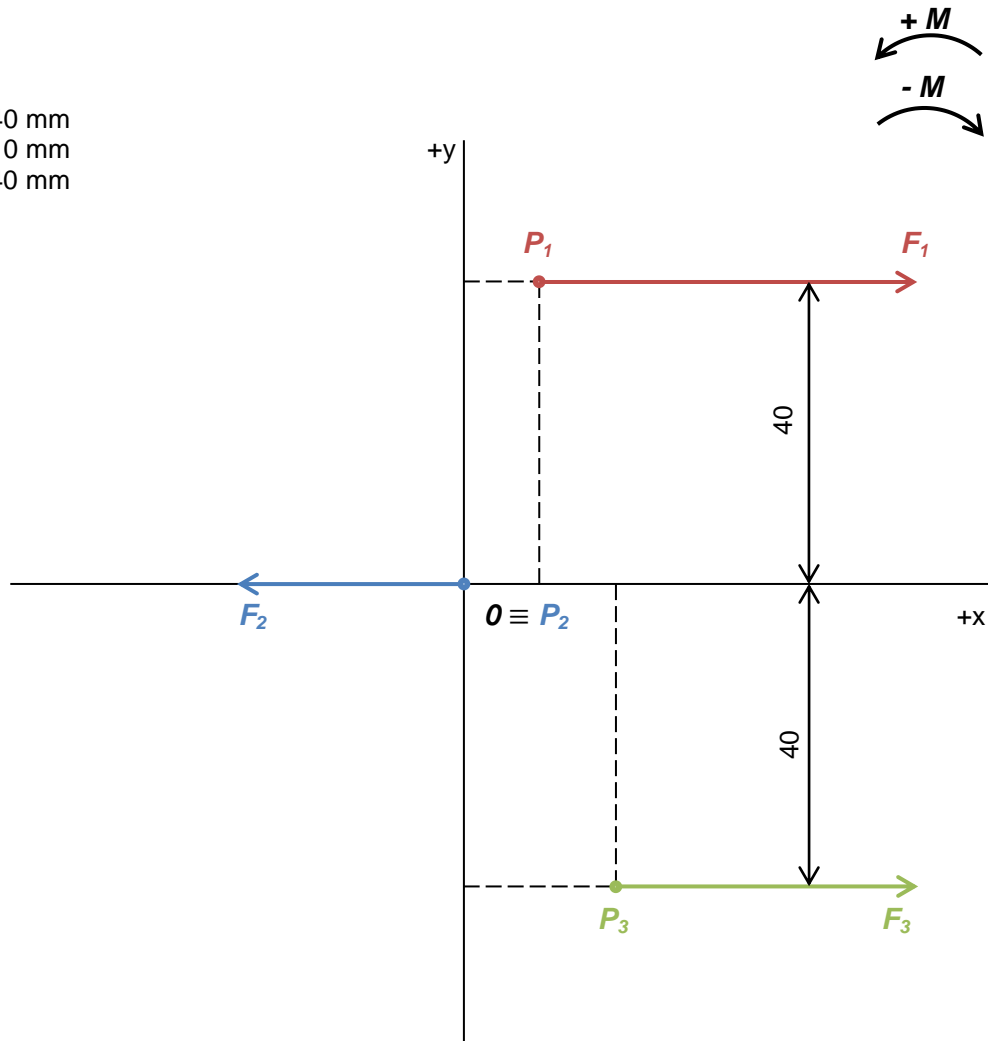
$F_v [-90; 0; 270^\circ; 60 \text{ N}]$

ÚLOHA 3

Určete výslednici sil: $F_1 [10; 40; 0^\circ; 50 \text{ N}]$;
 $F_2 [0; 0; 180^\circ; 30 \text{ N}]$;
 $F_3 [20; -40; 0^\circ; 40 \text{ N}]$.

ŘEŠENÍ:

$y_1 = 40 \text{ mm}$
 $y_2 = 0 \text{ mm}$
 $y_3 = 40 \text{ mm}$





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_v = F_1 - F_2 + F_3 = 50 - 30 + 40 = \underline{60\text{N}}$$

$$F_v \cdot y_v = -F_1 \cdot y_1 + F_3 \cdot y_3$$

$$F_v \cdot y_v = -F_1 \cdot 40 + F_3 \cdot 40$$

$$F_v \cdot y_v = -50 \cdot 40 + 40 \cdot 40$$

$$F_v \cdot y_v = -400$$

$$-60 \cdot y_v = -400$$

$$y_v = \frac{-400}{-60} = \underline{6,67 \text{ mm}}$$

$$\underline{F_v [0; 6,67; 0^\circ; 60 \text{ N}]}$$

B) GRAFICKÉ ŘEŠENÍ VÝSLEDNICE SIL

ÚLOHA 1

Určete výslednici sil: $F_1 [-30; 0; 90^\circ; 50 \text{ N}]$;
 $F_2 [0; 0; 90^\circ; 40 \text{ N}]$;
 $F_3 [30; 0; 270^\circ; 30 \text{ N}]$.

ŘEŠENÍ:

- 1) Zadané síly nakreslíme ve zvoleném měřítku – tzv. **vláknový obrazec** (zpravidla na levé straně).
- 2) Vedle vláknového obrazce (zpravidla vpravo) nakreslíme **silový obrazec (pólový obrazec)**. Pro větší názornost síly kreslíme na rovnoběžkách, i když by měly být všechny operace provedeny na jedné nositelce.
- 3) Libovolně zvolíme pól **P** a pomocí vláken **1, 2, 3, 4,...** jej spojíme s krajními body (počátky a konci) všech sil. Krajní body musí ležet na téže přímce.
- 4) Ve vláknovém obrazci zvolíme libovolně bod **I** na síle **F₁** a tímto bodem vedeme rovnoběžku s vláknem **1, 2** která tuto sílu omezují.
- 5) Vyhledáme průsečík vlákna **2**, které omezuje i sílu **F₂** a dostaneme bod **II**, kterým vedeme rovnoběžku s vláknem **3**, které rovněž omezuje sílu **F₂**.
- 6) Stejným způsobem pokračujeme, dokud nedojdeme k poslední zadané síle ve vláknovém obrazci.
- 7) Ve vláknovém obrazci nalezneme průsečík (bod **IV**), který je dán prvním vláknem **1** a posledním vláknem **4** (tato dvě vlákna omezují výslednici **F_v**). Bodem **IV** vedeme rovnoběžku s výslednicí.

Základní pravidlo, které musí být při konstrukci dodrženo, je, že síla s vlákny tvoří v pólovém obrazci trojúhelník a ve vláknovém obrazci se musí protínat v jednom bodě.

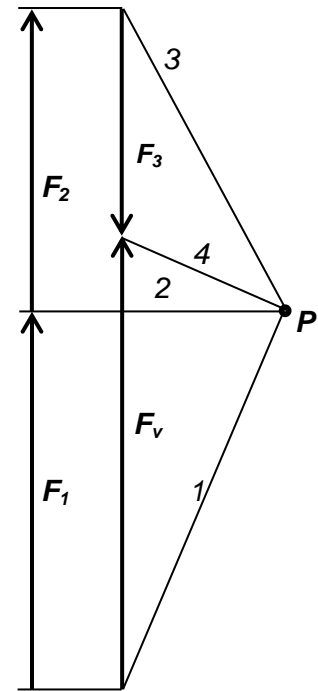
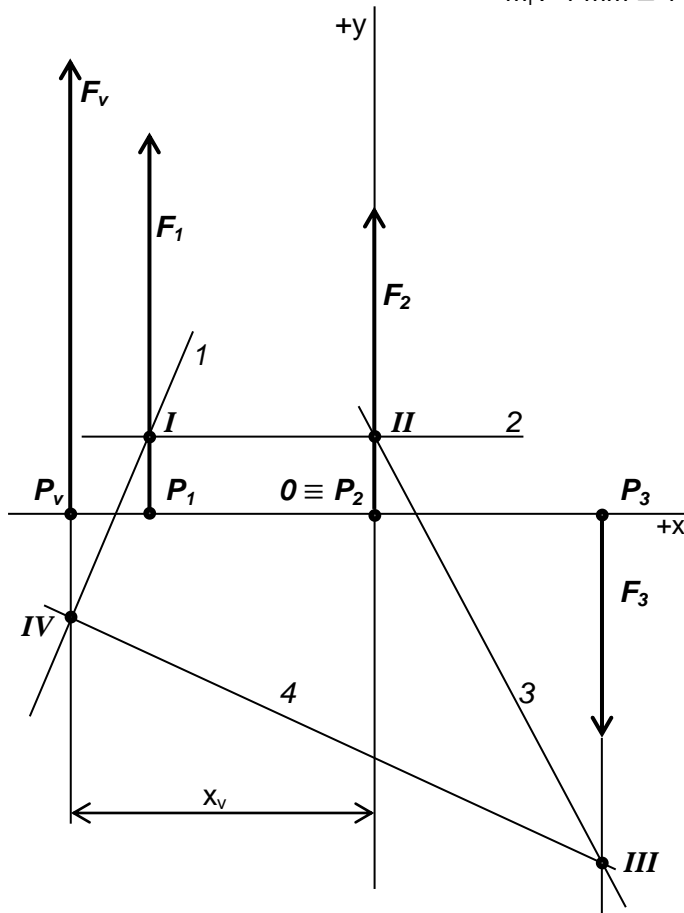
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vláknový obrazec

Pólový obrazec

$m_i: 1 \text{ mm} \cong 1 \text{ mm}$

$m_f: 1 \text{ mm} \cong 1 \text{ N}$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

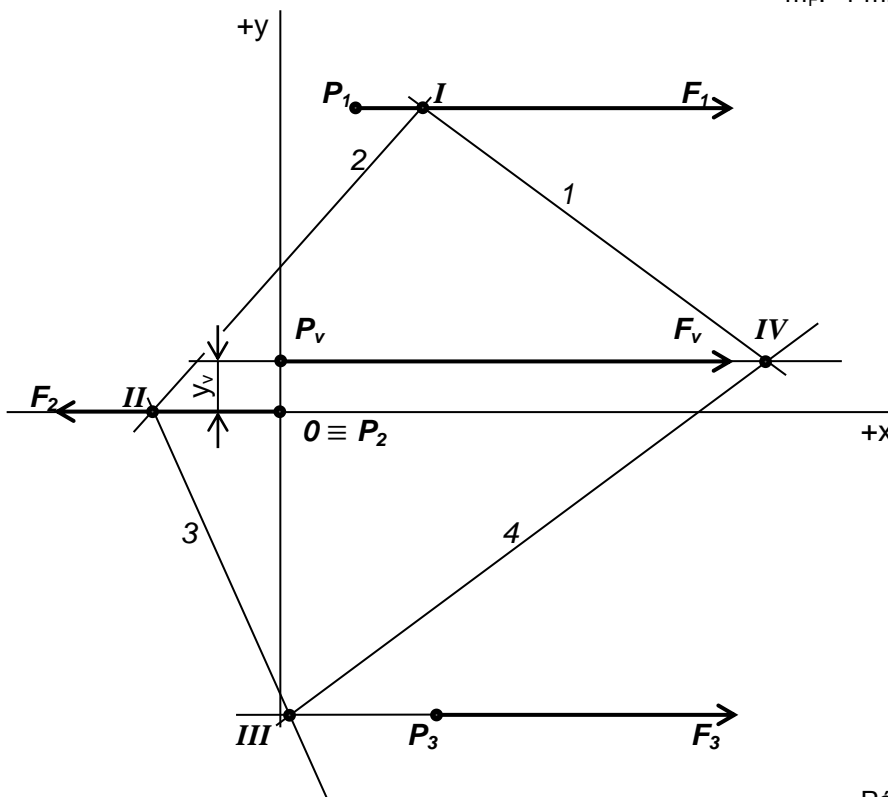
ÚLOHA 3

Určete výslednici sil: $F_1 [10; 40; 0^\circ; 50 \text{ N}]$;
 $F_2 [0; 0; 180^\circ; 30 \text{ N}]$;
 $F_3 [20; -40; 0^\circ; 40 \text{ N}]$.

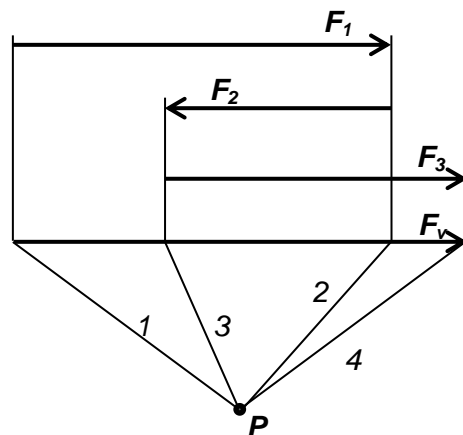
ŘEŠENÍ:

Vláknový obrazec

$m_l: 1 \text{ mm} \cong 1 \text{ mm}$
 $m_F: 1 \text{ mm} \cong 1 \text{ N}$



Pólový obrazec





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚLOHA 4

Určete výslednici sil početně i graficky: F_1 [-50; 0; 90°; 60 N];
 F_2 [-30; 0; 90°; 50 N];
 F_3 [0; 0; 270°; 40 N];
 F_4 [30; 0; 270°; 20 N].

Výsledek: F_v [-102; 0; 90°; 50 N]

ÚLOHA 5

Určete výslednici sil početně i graficky: F_1 [20; 60; 0°; 40 N];
 F_2 [0; 30; 0°; 20 N];
 F_3 [-20; -20; 180°; 70 N];
 F_4 [-10; -40; 180°; 60 N].

Výsledek: F_v [0; -97,14; 180°; 70 N]

C) ROVNOVÁHA SIL

Podmínky rovnováhy:

- algebraický součet všech sil je roven 0:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

- algebraický součet momentů všech sil (např. k počátku souřadnicového systému) je roven 0:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{i_0} = \mathbf{0}$$

OBEČNÁ SOUSTAVA SIL

V obecné soustavě sil se také může vyskytovat silová dvojice.

A) POČETNÍ ŘEŠENÍ VÝSLEDNICE SIL

ÚLOHA 1

Určete výslednici sil: F_1 [10; 0; 0°; 50 N];
 F_2 [20; 30; 45°; 40 N];
 F_3 [-30; 10; 130°; 60 N].

ŘEŠENÍ:

- 1) Zobrazíme síly v pravoúhlém souřadnicovém systému x - 0 - y (bez měřítka).
- 2) Síly v obecném směru rozložíme na kolmé složky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 3) Složky sil určíme z pravoúhlých trojúhelníků.
- 4) Složky výslednice vypočteme:
 - a) výslednici x-ových složek vypočteme jejich algebraickým součtem:

$$F_{vx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

- b) výslednici y-ových složek vypočteme jejich algebraickým součtem:

$$F_{vy} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

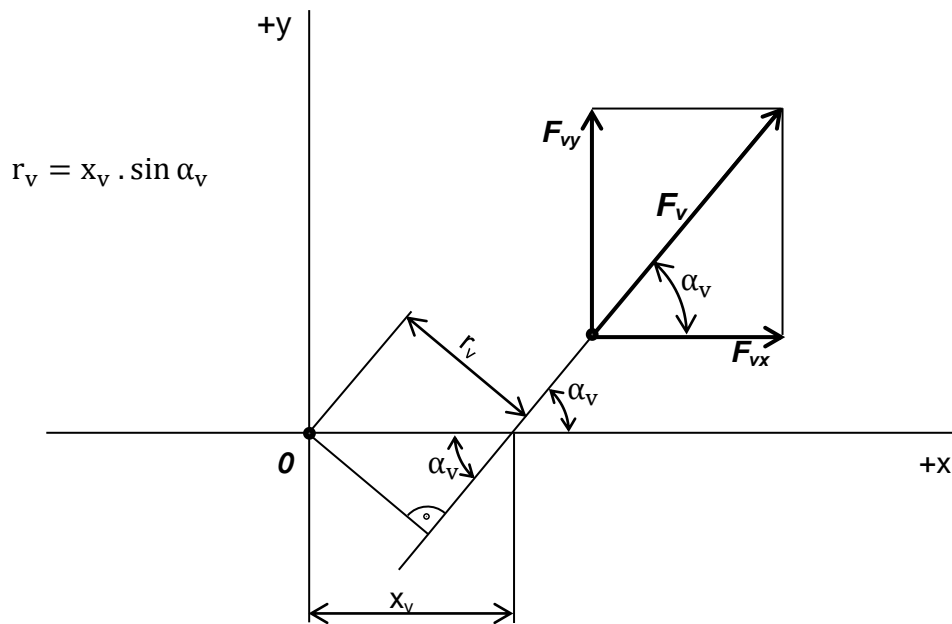
- 5) Velikost výslednice vypočteme pomocí **Pythagorovy věty**:

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2}$$

- 6) Orientovaný úhel α_v určující směr výslednice určíme pomocí funkce tangens ze vztahu:

$$\operatorname{tg} \alpha_v = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|}$$

- 7) Polohu výslednice určíme pomocí momentové věty:

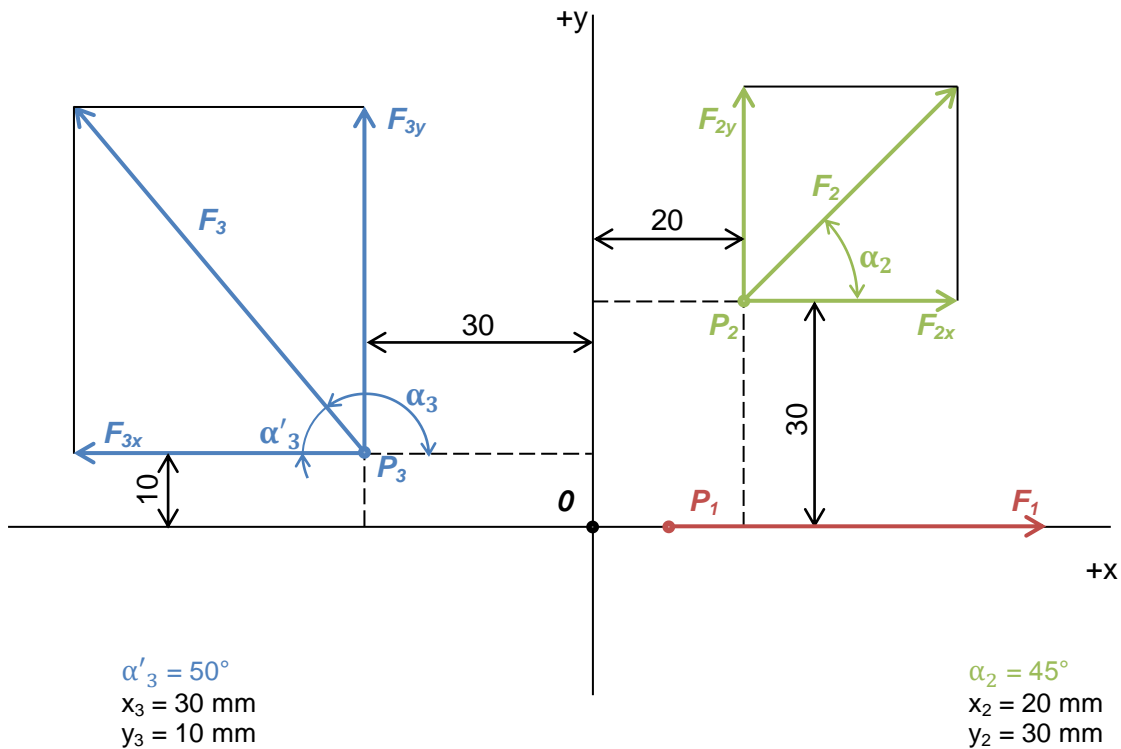
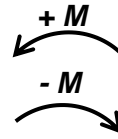


$$F_v \cdot r_v = \sum_{i=1}^n M_{i_0}$$

$$F_v \cdot x_v \cdot \sin \alpha_v = \sum_{i=1}^n M_{i_0}$$

Moment výslednice k počátku souřadnicového systému je roven algebraickému součtu momentů všech sil.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 40 \cdot \cos 45^\circ = \underline{28,29 \text{ N}}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 40 \cdot \sin 45^\circ = \underline{28,29 \text{ N}}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha'_3 = 60 \cdot \cos 50^\circ = \underline{38,57 \text{ N}}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha'_3 = 60 \cdot \sin 50^\circ = \underline{45,97 \text{ N}}$$

$$F_{vx} = F_1 + F_{2x} - F_{3x} = 50 + 28,29 - 38,57 = \underline{39,72 \text{ N}}$$

$$F_{vy} = F_{2y} + F_{3y} = 28,29 + 45,97 = \underline{74,26 \text{ N}}$$

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2} = \sqrt{39,72^2 + 74,26^2} = \underline{84,22 \text{ N}}$$

$$\text{tg } \alpha_v = \left| \frac{F_{vy}}{F_{vx}} \right| = \left| \frac{74,26}{39,72} \right| = 1,869 \text{ 587}$$

$$\alpha_v = \underline{61,86^\circ}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_v \cdot x_v \cdot \sin \alpha_v = -F_{2x} \cdot y_2 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3x} \cdot y_3 - F_{3y} \cdot x_3$$

$$F_v \cdot x_v \cdot \sin \alpha_v = -28,29 \cdot 30 + 28,29 \cdot 20 + 38,57 \cdot 10 - 45,97 \cdot 30$$

$$F_v \cdot x_v \cdot \sin \alpha_v = -1276,3 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$$

$$-84,22 \cdot x_v \cdot \sin 61,86^\circ = -1276,3$$

$$x_v = \frac{-1276,3}{-84,22 \cdot \sin 61,86^\circ} = \underline{17,19 \text{ mm}}$$

$$\left[\text{mm} = \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{N}} = \text{mm} \right]$$

$$\underline{F_v [-17,19; 0; 61,86^\circ; 84,22 \text{ N}]}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

B) GRAFICKÉ ŘEŠENÍ VÝSLEDNICE SIL

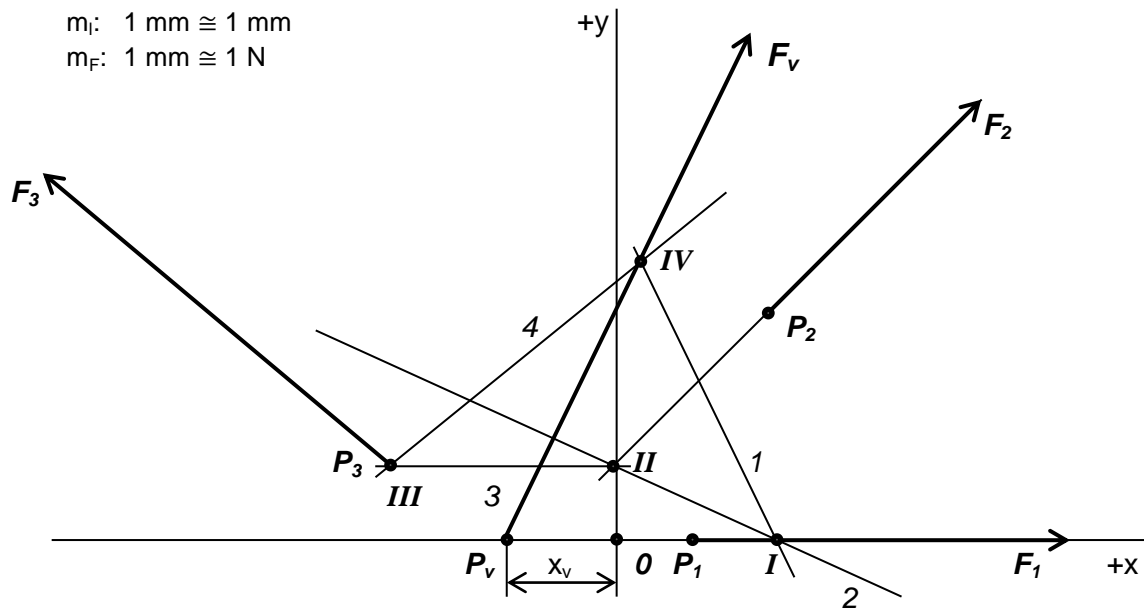
ÚLOHA 1

Určete výslednici sil: $F_1 [10; 0; 0^\circ; 50 \text{ N}]$;
 $F_2 [20; 30; 45^\circ; 40 \text{ N}]$;
 $F_3 [-30; 10; 130^\circ; 60 \text{ N}]$.

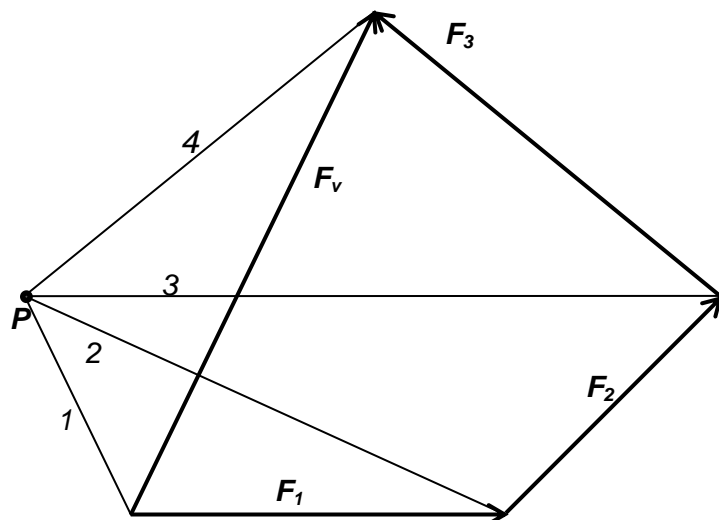
ŘEŠENÍ:

Grafické řešení se provádí pomocí pólového a vláknového obrazce.

Vláknový obrazec



Pólový obrazec



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚLOHA 2

Určete výslednici sil počteně i graficky: F_1 [10; 60; 225°; 50 N];
 F_2 [30; 40; 270°; 20 N];
 F_3 [50; 70; 300°; 25 N].

Výsledek: F_v [10,26; 0; 253,47°; 80,32 N]

C) ROVNOVÁHA SIL

Podmínky rovnováhy:

- algebraický součet všech x-ových složek je roven 0:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

- algebraický součet všech y-ových složek je roven 0:

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

- algebraický součet momentů všech sil (např. k počátku souřadnicového systému) je roven 0:

$$\sum_{i=1}^n M_{i_0} = 0$$

POUŽITÁ LITERATURA

[1] SKÁLA, V. a STEJSKAL, V. Mechanika pro SPŠ nestrojnické. 3. vyd. Praha: SNTL, 1986. 207 s.

[2] SALABA, S. a MATĚNA, A. Mechanika I statika pro SPŠ strojnické. 1. vyd. Praha: SNTL, 1978. 138 s.