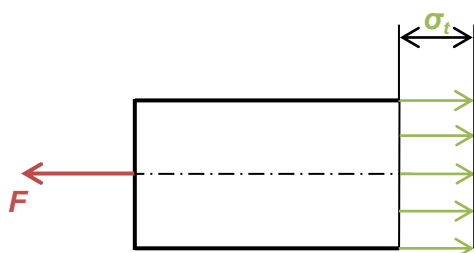
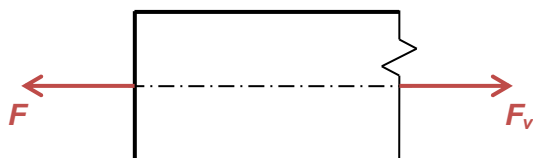
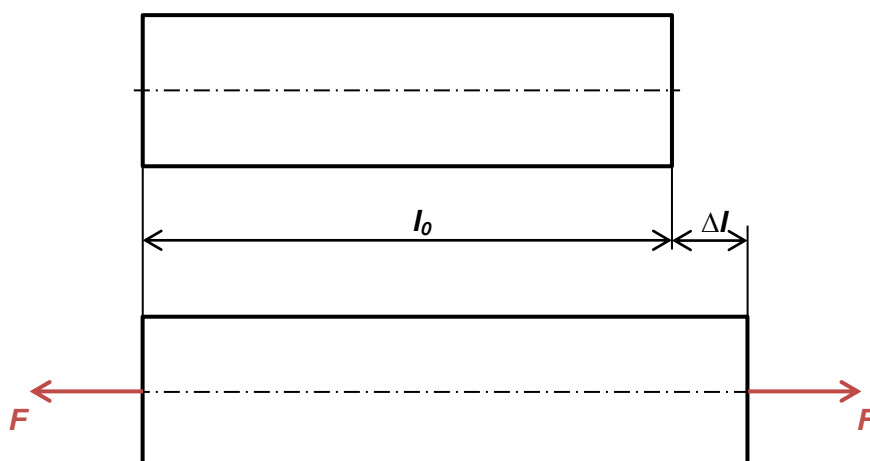


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
<b>MECHANIKA</b>	<b>DRUHÝ</b>	<b>ŠČERBOVÁ M. PAVELKA V.</b>	<b>10. BŘEZNA 2013</b>
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
<b>NAMÁHÁNÍ NA TAH</b>			

### NAMÁHÁNÍ NA TAH

Přímá tyč je namáhána na tah, je-li zatížena dvěma silami  $F$  působícími v ose tyče a jdoucími z průřezu ven. Zatížení vyvolá podélnou deformaci (prodloužení) tyče a současně vznik vnitřních sil. Intenzita vnitřních sil vztažena na jednotku plochy je napětí. Při namáhání na tah vzniká **napětí normálové**. Předpokládejme, že toto napětí je rozloženo rovnoměrně po celém průřezu tyče a představuje vazbu, která brání částicím tělesa se od sebe oddálit ve směru kolmém k rovině řezu.



- $l_0$  – délka součásti
- $\Delta l$  – prodloužení délky součásti
- $F_v$  – vnitřní síla
- $\sigma_t$  – napětí v tahu
- $F = F_v$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Velikost napětí v tahu počítáme ze vztahu

$$\sigma_t = \frac{F}{S},$$

kde  $\sigma_t$  – napětí v tahu,  
 $F$  – velikost síly namáhající součást na tah,  
 $S$  – plocha průřezu kolmá ke směru působící síly  $F$ .

Rozměrové rovnice pro napětí v tahu  $\sigma_t$

$$MPa = \frac{N}{mm^2},$$

$$Pa = \frac{N}{m^2}.$$

Při dimenzování strojních součástí se vychází z podmínky, že skutečné napětí vznikající v zatížených strojních součástech nesmí být větší než příslušné napětí dovolené, odpovídající materiálu ze kterého je součást vyrobena a způsobu zatížení.

**VÝPOČTOVÁ (PEVNOSTNÍ) ROVNICE PRO TAH**

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

Ze vztahu obvykle počítáme potřebnou velikost namáhaného průřezu  $S$ . Pokud jsou rozměry součásti známy, lze z tohoto vztahu vypočítat maximální velikost zatěžující síly  $F$ , kterou může být součást daného průřezu bezpečně zatížena.

Velikost dovoleného napětí závisí hlavně na mechanických vlastnostech materiálu. Určuje se z hodnot získaných při zkoušce tahem. Při této zkoušce se na zkušební stroji zatěžuje zkušební tyč, která má normalizovanou velikost a tvar. Zapisovací zařízení zobrazuje závislost zatížení na deformaci. Aby naměřené hodnoty nebyly závislé na rozměrech tyče, vynášejí se do diagramu hodnoty poměrné, to je zatížení vztažené na jednotku plochy zkušební tyče, tj. napětí  $\sigma$  ( $\sigma = \frac{F}{S}$ ) a prodloužení vztažené na jednotku délky zkušební tyče, tj. relativní prodloužení  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ ).

Dovolené napětí určíme u houževnatých materiálu z meze kluzu

$$\sigma_D = \frac{R_e}{k},$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

u materiálů křehkých z meze pevnosti

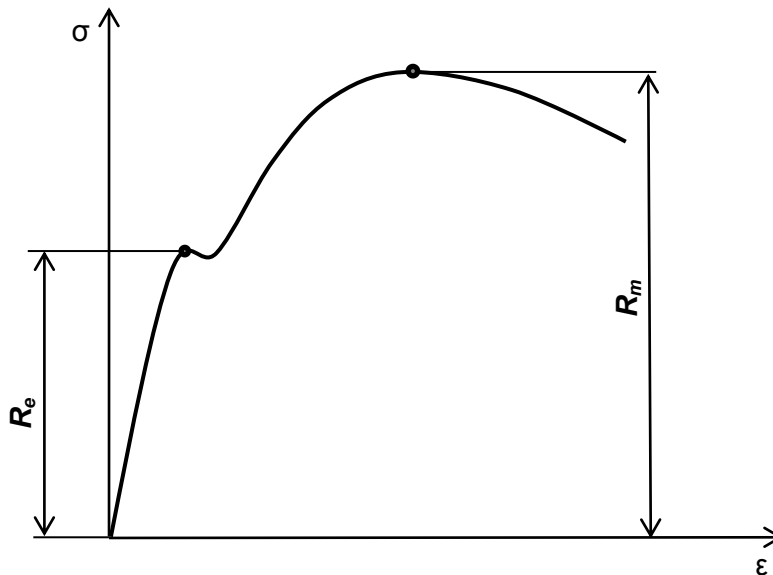
$$\sigma_D = \frac{R_m}{k},$$

kde  $R_e$  – mez kluzu,  
 $R_m$  – mez pevnosti,  
 $k$  – míra bezpečnosti.

Hodnoty meze kluzu, meze pevnosti a míry bezpečnosti jsou uvedeny ve strojnických tabulkách.

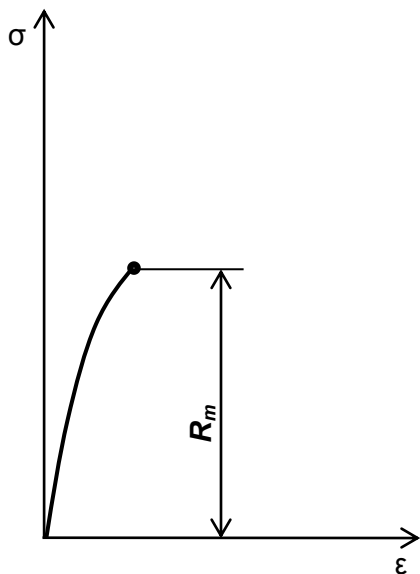
Takto vypočtené dovolené napětí vyhovuje jen pro součásti zatěžované klidně, staticky. Pro součásti, u nichž se průběh zatížení s časem mění, je hodnota dovoleného napětí menší.

Rozeznáváme zatížení **statické**, **míjivé** a **střídavé**. Hodnoty součinitele snížení napětí podle způsobu zatížení  $c_{II}$ ,  $c_{III}$  jsou uvedeny ve strojnických tabulkách.

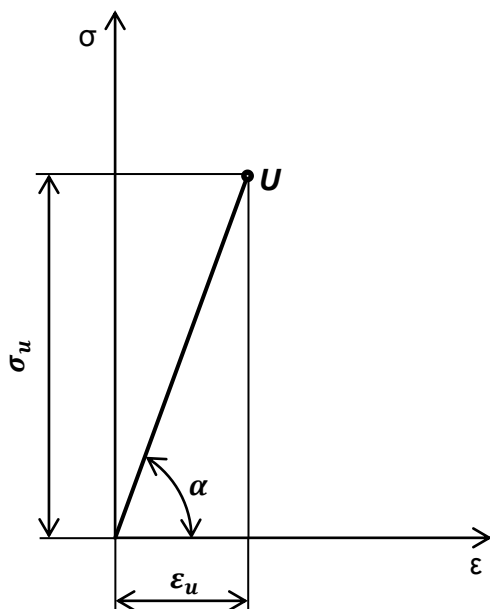
**DIAGRAM TAHOVÉ ZKOUŠKY PRO HOUŽEVNATÉ MATERIÁLY**

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### DIAGRAM TAHOVÉ ZKOUŠKY PRO KŘEHKÉ MATERIÁLY



Po určitou mez je deformace přímo úměrná napětí. V diagramu tahové zkoušky je tato mez dána bodem na mezi úměrnosti  $U$ .





evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Z důvodu bezpečnosti provozu je nutné, aby skutečné napětí  $\sigma$ , vznikající v zatížených strojních součástech, nepřekročilo přímkovou oblast diagramu, tzn., aby strojní součásti pracovaly pouze v oblasti pružných deformací. Pro oblast pružných deformací platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_u}{\varepsilon_u}$$

Poměr napětí a relativního prodloužení je stále stejný, konstantní a je dán tangentou příslušného směrového úhlu  $\alpha$ . Tento poměr se označuje písmenem  $E$  a nazývá se **modul pružnosti materiálu v tahu**. Udává se ve stejných jednotkách jako napětí. Jeho velikost je závislá pouze na druhu materiálu. Hodnoty jsou uvedeny ve strojnických tabulkách.

Vztah lze přepsat do tvaru

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \text{resp.} \quad \sigma = E \cdot \varepsilon$$

Je to tedy rovnice přímky se směrnici  $E$ , v souřadnicích  $\sigma - \varepsilon$ . Tento vztah se nazývá **Hookeův zákon**. Je to **základní zákon pružnosti a pevnosti**.

### DEFORMACE STROJNÍCH ČÁSTÍ NAMÁHANÝCH NA TAH

Vznik napětí je v zatížených strojních součástech provázen vznikem deformace. Při namáhání na tah je **deformační rovnicí** přímo **Hookeův zákon** daný vztahem

$$\sigma_t = E \cdot \varepsilon$$

Dosadíme-li za napětí

$$\sigma_t = \frac{F}{S}$$

a za relativní prodloužení

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

pak dostaneme

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S}$$

kde  $\Delta l$  je skutečné prodloužení součásti.

Součin  $E \cdot S$  nazýváme **tuhost v tahu**. Pro snížení deformace se volí větší průřezové rozměry.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozměrové rovnice pro skutečné prodloužení  $\Delta l$

$$mm = \frac{N \cdot mm}{MPa \cdot mm^2} = \frac{N \cdot mm}{N \cdot mm^{-2} \cdot mm^2} = mm,$$

$$m = \frac{N \cdot m}{Pa \cdot m^2} = \frac{N \cdot m}{N \cdot m^{-2} \cdot m^2} = m.$$

### NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ

Tělesa namáhána tahem nemají vždy po celé své délce stálý průřez. Bývají v některých místech zeslabena otvorem, zápichem apod. V těchto případech řešíme výpočtovou (pevnostní) rovnici vždy jen místo nejmenšího průřezu, ve kterém vzniká největší napětí. Tomuto místu říkáme **nebezpečný průřez**.

#### ÚLOHA 1

Táhlo kruhového průřezu z oceli **11 500** je zatížené stálou osovou tahovou silou  **$F = 5 \text{ kN}$** . Délka táhla  **$l_0 = 600 \text{ mm}$** . Určete:

- průměr táhla,
- skutečné prodloužení délky táhla  $\Delta l$  a relativní prodloužení táhla  $\varepsilon$ .

#### ŘEŠENÍ:

- z pevnostní rovnice určíme průřezovou plochu táhla

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt},$$

kde dovolené napětí bude

$$\sigma_{Dt} = \frac{R_e}{k} = \frac{0,6 \cdot R_m}{k} = \frac{0,6 \cdot 500}{2} = 150 \text{ MPa}$$

$$S = \frac{F}{\sigma_{Dt}} = \frac{5\,000}{150} = 33,3 \text{ mm}^2$$

z obsahu kruhu určíme průměr táhla

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 33,3}{3,14}} = 6,52 \text{ mm}$$

Průměr táhla zaokrouhlíme na  **$d = 7 \text{ mm}$** .



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) z deformační rovnice určíme skutečné prodloužení délky táhla

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S} = \frac{5\,000 \cdot 600}{2,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 7^2}{4}} = 0,371 \text{ mm}$$

relativní prodloužení táhla

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0,371}{600} = 0,000\,62 (\sim 0,062 \%)$$

### ÚLOHA 2

Určete průřezové rozměry táhla obdélníkového průřezu s poměrem stran  $b : h = 1 : 3$  z oceli **11 600**, které je zatížené míjivou osovou tahovou silou  $F = 45 \text{ kN}$ .

ŘEŠENÍ:

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

$$G_{Dt} = \frac{R_e}{k} \cdot c_{||} = \frac{0,6 \cdot R_m}{k} \cdot c_{||} = \frac{0,6 \cdot 600}{2} \cdot 0,75 = 135 \text{ MPa}$$

$$S = \frac{F}{G_{Dt}} = \frac{45\,000}{135} = 333,3 \text{ mm}^2$$

$$S = b \cdot h$$

$$\frac{b}{h} = \frac{1}{3} \rightarrow h = 3 \cdot b$$

$$S = b \cdot 3 \cdot b = 3 \cdot b^2$$

$$b = \sqrt{\frac{S}{3}} = \sqrt{\frac{333,3}{3}} = 10,54 \text{ mm}$$

$$h = 3 \cdot b = 3 \cdot 10,54 = 31,62 \text{ mm}$$

Rozměry táhla zaokrouhlíme na  $b = 11 \text{ mm}$  a  $h = 32 \text{ mm}$ .



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### ÚLOHA 3

Táhlo kruhového průřezu z oceli **11 600** je zatíženo stálou silou  $F = 12 \text{ kN}$ . Táhlo se nesmí z konstrukčních důvodů prodloužit více než o  $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$ . Délka táhla  $l_0 = 1,2 \text{ m}$ . Určete průměr táhla. Průřezové rozměry táhla musí vyhovovat deformační i pevnostní podmínce.

#### ŘEŠENÍ:

Z deformační rovnice určíme potřebnou velikost plochy průřezu táhla

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S} \rightarrow S = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot \Delta l} = \frac{12\,000 \cdot 1\,200}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,5} = 137,15 \text{ mm}^2$$

Z obsahu kruhu určíme průměr táhla

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 137,15}{3,14}} = 13,22 \text{ mm}$$

Průměr  $d$  táhla zaokrouhlíme na **14 mm**.

Pevnostní kontrola navrženého průřezu táhla:

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

$$\sigma_t = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{12\,000}{\frac{\pi \cdot 14^2}{4}} = 77,96 \text{ MPa}$$

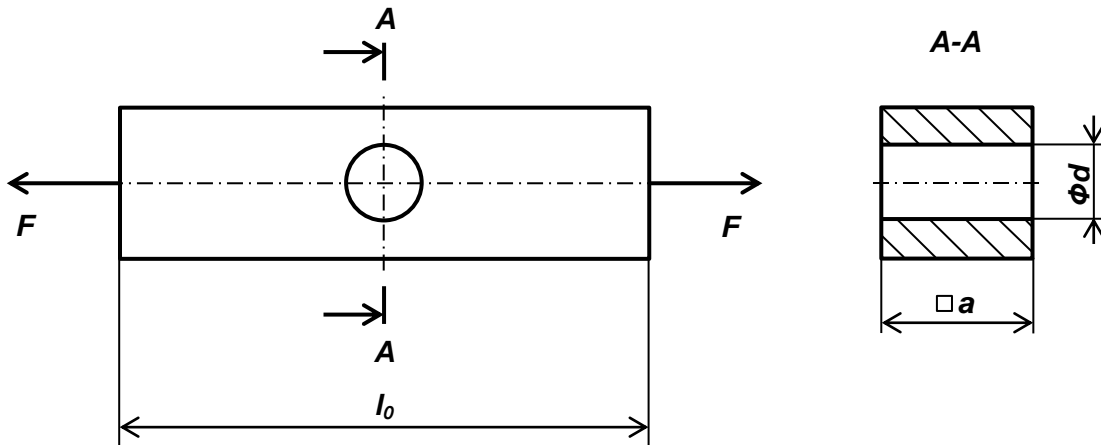
$$\sigma_{Dt} = \frac{R_e}{k} = \frac{0,6 \cdot R_m}{k} = \frac{0,6 \cdot 600}{2} = 180 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t \leq \sigma_{Dt}$$



#### ÚLOHA 4

Táhlo čtvercového průřezu z oceli **11 500** je zatížené mříjovou osovou tahovou silou  $F = 18 \text{ kN}$ . Táhlo je zeslabeno otvorem v delší straně o průměru  $d = \frac{a}{4}$  a z konstrukčních důvodů se nesmí prodloužit více než o  $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$ . Délka táhla  $l_0 = 1,3 \text{ m}$ . Určete stranu  $a$  nebezpečného průřezu táhla. Průřezové rozměry nebezpečného průřezu táhla musí vyhovovat deformační i pevnostní podmínce.



#### ŘEŠENÍ:

Z deformační rovnice určíme potřebnou velikost plochy nebezpečného průřezu táhla

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S} \rightarrow S = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot \Delta l} = \frac{18\,000 \cdot 1\,300}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,5} = 222,86 \text{ mm}^2$$

Z plochy nebezpečného průřezu určíme stranu  $a$  čtvercového průřezu táhla

$$S = a \cdot a - a \cdot d = a \cdot a - a \cdot \frac{a}{4} = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$S = \frac{3a^2}{4} \rightarrow a = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 222,86}{3}} = 17,24 \text{ mm}$$

Stranu  $a$  táhla zaokrouhlíme na **18 mm**.

Otvor o průměru  $d = \frac{a}{4} = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ mm}$ .

Pevnostní kontrola navrženého nebezpečného průřezu táhla:

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

$$\sigma_t = \frac{F}{S} = \frac{F}{a^2 - a \cdot d} = \frac{18\,000}{18^2 - 18 \cdot 4,5} = 74,1 \text{ MPa}$$

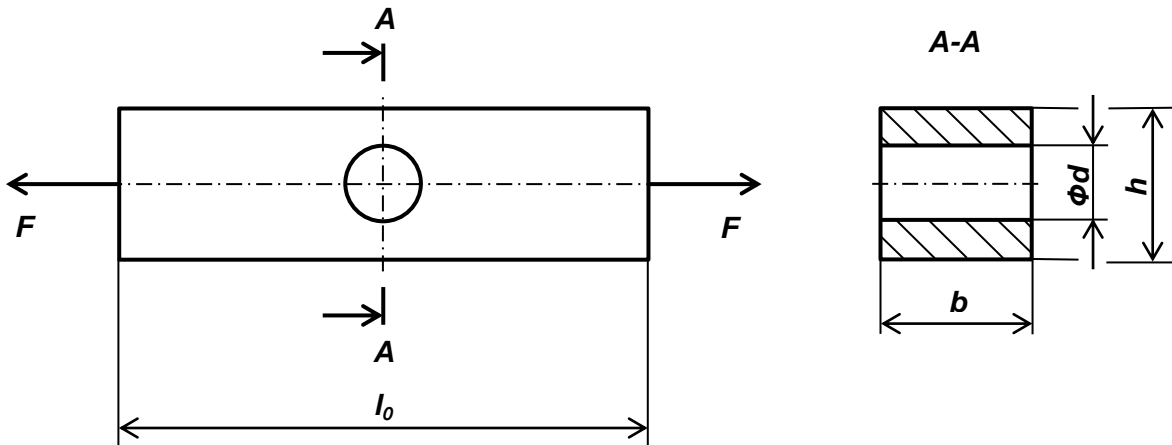
## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\sigma_{Dt} = \frac{R_e}{k} \cdot c_{II} = \frac{0,6 \cdot R_m}{k} \cdot c_{II} = \frac{0,6 \cdot 500}{2} \cdot 0,85 = 127,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t \leq \sigma_{Dt}$$

ÚLOHA 5

Táhlo obdélníkového průřezu s poměrem stran  $b : h = 1 : 3$  je zatížené stálou osovou tahovou silou  $F = 14 \text{ kN}$ . Táhlo je zeslabeno v delší straně otvorem o průměru  $d = \frac{b}{2}$  a z konstrukčních důvodů se nesmí prodloužit více než o  $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$ . Délka táhla  $l_0 = 1,6 \text{ m}$ . Táhlo je z oceli **11 600**. Určete rozměry  $a$ ,  $b$  nebezpečného průřezu táhla. Průřezové rozměry nebezpečného průřezu musí vyhovovat deformační i pevnostní podmínce.


ŘEŠENÍ:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S} \rightarrow S = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot \Delta l} = \frac{14\,000 \cdot 1\,600}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,5} = 213,3 \text{ mm}^2$$

$$\frac{b}{h} = \frac{1}{3} \rightarrow h = 3 \cdot b$$

$$d = \frac{b}{2}$$

$$S = b \cdot h - d \cdot b = b \cdot 3b - \frac{b}{2} \cdot b = 3b^2 - \frac{b^2}{2} = \frac{6b^2 - b^2}{2} = \frac{5b^2}{2}$$

$$S = \frac{5b^2}{2} \rightarrow b = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{5}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 213,3}{5}} = 9,24 \text{ mm}$$

$$h = 3 \cdot b = 3 \cdot 9,24 = 27,72 \text{ mm}$$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozměry táhla zaokrouhlíme na  $b = 10 \text{ mm}$  a  $h = 28 \text{ mm}$ .

Otvor o průměru  $d = \frac{b}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ mm}$ .

Pevnostní kontrola navrženého nebezpečného průřezu táhla

$$\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

$$\sigma_t = \frac{F}{S} = \frac{F}{b \cdot h - d \cdot b} = \frac{14\,000}{10 \cdot 28 - 5 \cdot 10} = 60,87 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Dt} = \frac{R_e}{k} = \frac{0,6 \cdot R_m}{k} = \frac{0,6 \cdot 600}{2} = 180 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t \leq \sigma_{Dt}$$

## POUŽITÁ LITERATURA

---

[1] MRŇÁK, L. a DRDLA, A. Mechanika pružnost a pevnost pro SPŠ strojnické. 3. opravené vyd. Praha: SNTL, 1980. 366 s.

[2] SKÁLA, V. a STEJSKAL, V. Mechanika pro SPŠ nestrojnické. 3. vyd. Praha: SNTL, 1986. 207 s.